

שאלות הכנה לקראת ניסוי : חקר זמן מחזור של מטוטלת מתמטית

מטרת הניסוי : אימות הקשר המתמטי בין זמן המחזור במטוטלת מתמטית לבין אורך החוט ותאוצת הנפילה החופשית.

רקע תאורטי:



מטוטלת מתמטית היא חוט דק שאורכו L ובקצהו תלויה מסה נקודתית m . אם נסיט את המסה מנקודת שווי המשקל, ניווכח כי המסה מתנדנדת ומסלולה יוצר קשת מעגלית ברדיוס L . המסה מבצעת תנועה מחזורית. נסמן את זמן המחזור באות T . נניח שמתקיימים התנאים הבאים:

- א** המסה מתנדנדת בזוויות קטנות (עד כ 10 מעלות) במישור יחיד.
- ב** משקל החוט זניח והוא אינו אלסטי.
- ג** קצה החוט השני (שאינו מחובר למסה) מחובר להתקן קשיח.
- ד** כוח החיכוך זניח, והכוחות היחידים הפועלים על המסה הם כוח הכובד ומתיחות החוט.

תחת הנחות אלו, ניתן לתאר את זמן המחזור של המטוטלת בעזרת מודל מתמטי פשוט:

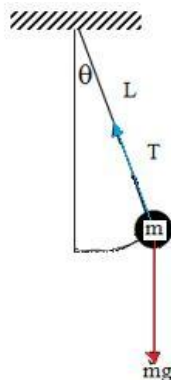
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

כאשר g היא תאוצת הנפילה החופשית.

בניסוי זה נאמת את נכונותו של הקשר המתמטי הזה.

פיתוח הקשר המתמטי

באיור המצורף, מתוארת מטוטלת מתמטית, כאשר המסה m מוסטת מקו האנך בזווית θ . במצב זה פועלים על המסה שני כוחות, כוח הכבידה (משקל המסה) כלפי מטה וכוח המתיחות פועל לאורך החוט כלפי נקודת התלייה, כפי שמראה האיור.



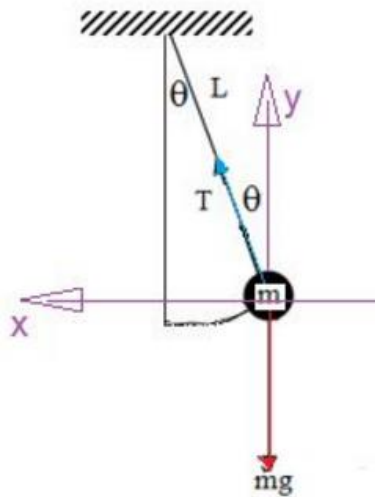
שאלה 1

בחירת מערכת צירים

פיתוח הקשר המתמטי של זמן המחזור מסתמך על מציאת שקול הכוחות הפועל על המסה m .

תלמיד בחר מערכת צירים אופקית ואנכית כפי שמתואר באיור.

הסבירו: מדוע מערכת צירים זו אינה יעילה לצורך תיאור שקול הכוחות? בתשובתכם הסתמכו על כך שהמסה מבצעת חלק ממסלול מעגלי.

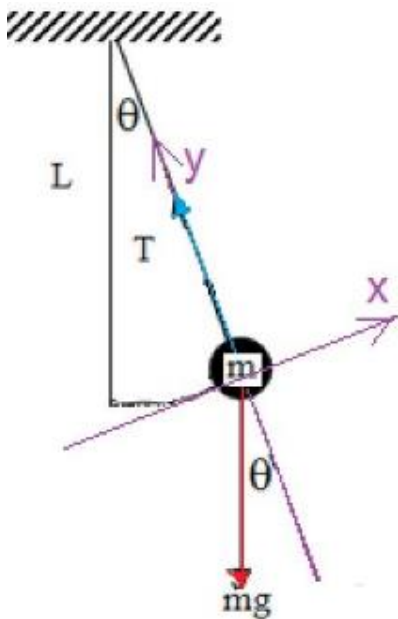


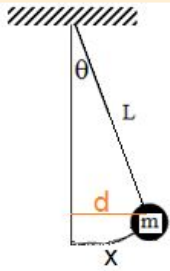
תשובה:

שאלה 2

נבחר כעת מערכת צירים חדשה (המתוארת באיור):

- ציר שכיוונו רדיאלי והוא מכונן אל מרכז המעגל. נקרא לו "y".
- ציר המשיק למסלול התנועה, נקרא לו "x".
- קבעו אם ההיגדים הבאים נכונים או לא:
 - רכיב המשקל בציר Y מאזן את המתיחות רק בנקודות הקיצון העליונות של תנועת המסה. נכון \ לא נכון
 - רכיב המשקל בציר Y מאזן את המתיחות בכל מהלך תנועת המסה. נכון \ לא נכון





רכיב המשקל בציר x שווה ל $F_x = -mg \cdot \sin\theta$.

רכיב משקל זה מכונן תמיד אל הנקודה הנמוכה ביותר במסלול המסה והוא הגורם לתנודות המחזוריות. רכיב זה נקרא **כוח מחזיר**.

משיקולי גיאומטריה ניתן לראות כי: $\sin\theta = \frac{d}{L}$

כאשר d הינו המרחק בין האנך לבין המסה, והוא משתנה במהלך התנודה.

מרחק זה אינו שווה ל x-אורך הקשת של מסלול הגוף, אך עבור המקרה הפרטי,

בו הזווית θ הינה קטנה, ניתן להניח כי בקירוב טוב $x=d$.

לכן נוכל לכתוב (עבור זוויות קטנות): $F_x = -mg \cdot \frac{x}{L}$

במקרה פרטי זה, מתקבלת תבנית המצביעה על קיומו של יחס ישר בין F_x לבין x וכיוון הכוח F_x תמיד הפוך לכיוון x כלומר: מתקבלת **תנועה הרמונית פשוטה**, $F = -cx$, כאשר מקדם הפרופורציה c שווה ל: $c = \frac{mg}{L}$

שאלה 3

כפי שלמדתם, זמן המחזור של תנועה הרמונית פשוטה נתון ע"י הביטוי המתמטי: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$

על סמך הביטוי הזה ועל סמך הפיתוח המתמטי של שקול הכוחות על המטוטלת שפיתחנו למעלה, פתחו ביטוי לזמן המחזור של מטוטלת מתמטית עבור זוויות קטנות.

תשובה:

תלות זמן המחזור בפרמטרים שונים: העלאת השערות

שאלה 4

בהסתמך על הביטוי המתמטי שפיתחתם עבור זמן המחזור של המטוטלת, שערו: מהי התלות של זמן המחזור בזווית הסטייה של המטוטלת? בתשובתכם התייחסו לזוויות סטייה גדולות לעומת זוויות סטייה קטנות.

תשובה:

שאלה 5

בהסתמך על הביטוי המתמטי שפיתחתם עבור זמן המחזור של המטוטלת, שערו: מהי תלות זמן המחזור במסת המטוטלת?

תשובה:

שאלה 6

בהסתמך על הביטוי המתמטי שפיתחתם עבור זמן המחזור של המטוטלת, שערו: מהי תלות זמן המחזור באורך החוט?

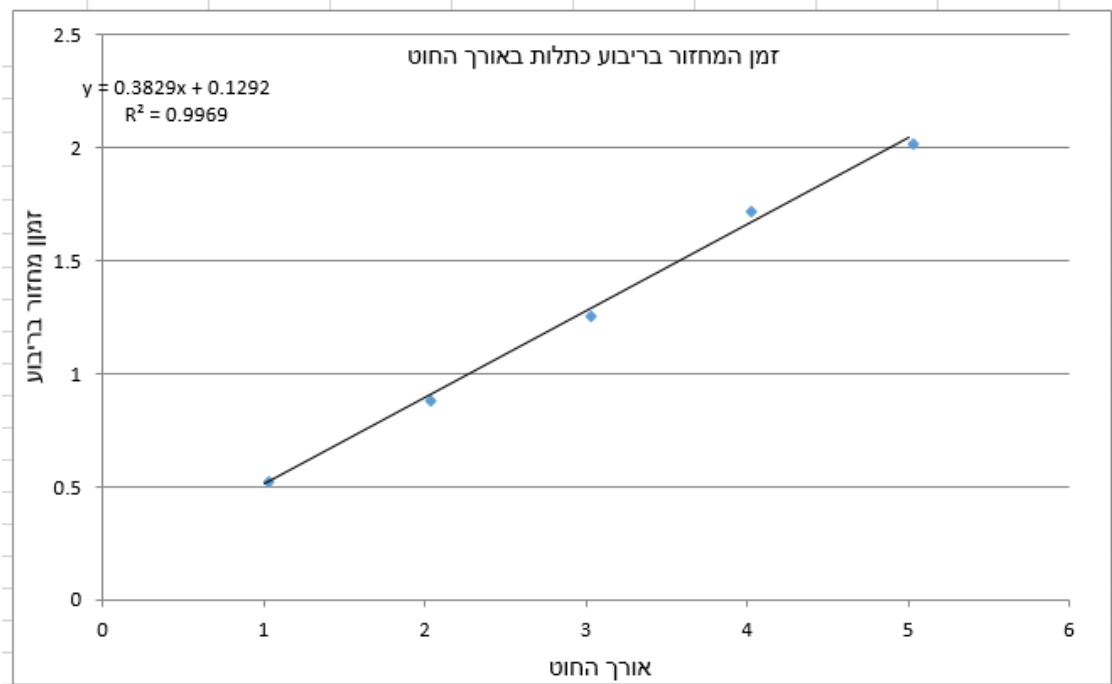
שאלה 7

בהסתמך על הביטוי המתמטי שפיתחתם עבור זמן המחזור של המטוטלת, לאיזה מבין המשתנים הבאים יש קשר לינארי עם אורך החוט של המטוטלת? רמז: בודדו את אורך החוט מהביטוי המתמטי שקיבלתם.

1. \sqrt{T}
2. T
3. T^2
4. $\frac{1}{T}$

שאלה 8

תלמיד ביצע ניסוי והעלה את הגרף הבא:



א. על אילו דברים הקפיד התלמיד וביצע נכון בשרטוט הגרף הזה?

תשובה:

ב. אילו דברים צריך התלמיד לתקן בשרטוט הגרף?

תשובה:

ג. התלמיד העלה את משוואת קו המגמה שהתקבל בניסוי, ניתן לראות שקו זה אינו עובר דרך ראשית הצירים. האם לדעתכם ראשית הצירים היא נקודה השייכת לניסוי? נמקו את תשובתכם.

תשובה:

ד. (1) בהתבסס על משוואת קו המגמה שרשם התלמיד, הראו כיצד ניתן לחשב את תאוצת הנפילה החופשית בניסוי זה וחשבו ערך זה.

תשובה:

(2) האם התקבל ערך הגיוני? אם כן, הסבירו מדוע. אם לא, כתבו מה צריך לעשות התלמיד במקרה זה.

תשובה:

ה. לאילו שינויים הייתם מצפים, אילו היה נערך הניסוי על הירח עם אותה מערכת?

תשובה:

בכל מדידה ישנן שגיאות מדידה.



כדי שהמדידה תהיה אמינה, יש לשאוף ששגיאת המדידה תהיה קטנה ביחס לגודל הנמדד.

בניסוי זה תיעזרו בשעון הסטופר כדי למדוד זמן.

ניתן לראות כי השעון מדויק עד מאית השנייה. זהו נשמע כמו דיוק מרשים מאוד אך מטעה, משום שטעות המדידה העיקרית בניסוי נובעת למעשה מזמן התגובה של התלמיד.

כיצד תוכלו להעריך את זמן התגובה שלכם?

באינטרנט יש מספר משחקים המתבססים על זמן תגובה.

לדוגמא, בקישור הבא תוכלו למצוא משחק כזה:

http://www.bbc.co.uk/science/humanbody/sleep/sheep/reaction_version5.swf

זמן תגובה ממוצע הוא בסדר גודל של 0.25 שניות.



כדי שמדידת זמן המחזור שלכם תהיה אמינה, משך המדידה צריך להיות מסדר גודל של

מספר שניות. מסיבה זו, במהלך הניסוי נמדוד זמן מחזור של 10 תנודות, ולאחר מכן נחשב את זמן ממוצע של תנודה אחת (ע"י חלוקה ב-10).



שאלה 9

בניסוי שתבצעו, ניתן לבחור אורכים משתנים של החוט מ 10 ס"מ ועד 50 ס"מ.

תלמיד הבין שטעות המדידה באורך החוט היא מסדר גודל של 1 ס"מ, ולכן כדי להקטין את השגיאה היחסית החליט לבצע את הניסוי בתחום האורכים שבין 40 ס"מ ל 50 ס"מ.

האם התלמיד אכן הגדיל את אמינות הניסוי, בכך שבחר לבצע ניסוי בתחום צר כל כך של מדידות?

רמז: האם אמינות הניסוי גדלה כאשר מקבלים תחום גדול יותר של פיזור נקודות?



תשובה: